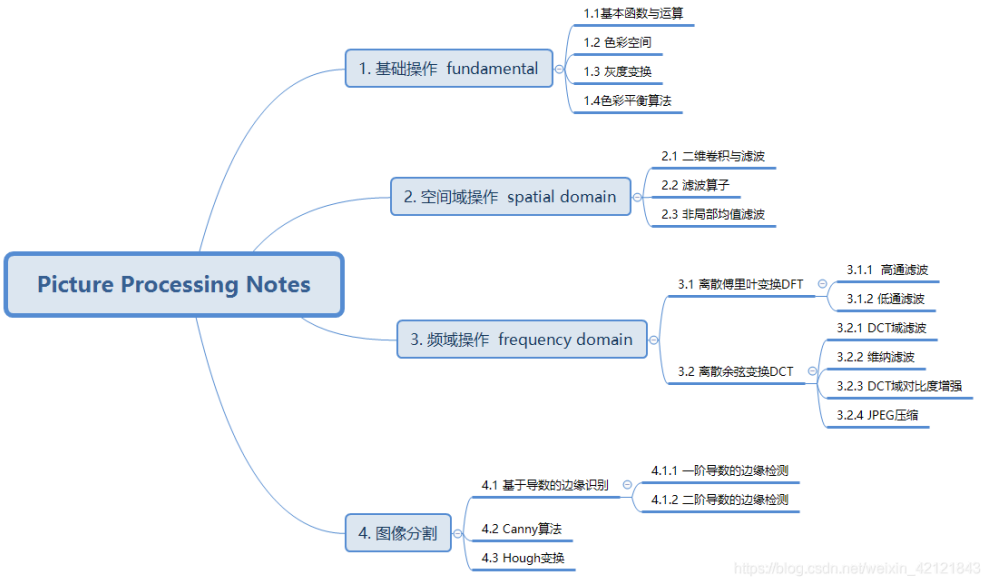
全文框架



一、基础操作

1.1 基本函数

zeros	Create array of all zeros
ones	Create array of all ones

bitand	Bit-wise AND
bitcmp	Bit-wise complement
bitget	Get bit at specified position
bitor	Bit-wise OR
bitset	Set bit at specific location
bitshift	Shift bits specified number of places
bitxor	Bit-wise XOR

length	Length of largest array dimension
size	Array size
ndims	Number of array dimensions
numel	Number of array elements

max	Largest elements in array
mean	Average or mean value of array
median	Median value of array
min	Smallest elements in array
mode	Most frequent values in array

imshow	Display image
image	Display image from array
imagesc	Display image with scaled colors

imread	Read image from graphics file
imwrite	Write image to graphics file

gray2ind	Convert grayscale or binary image to indexed image
ind2gray	Convert indexed image to grayscale image
mat2gray	Convert matrix to grayscale image
rgb2gray	Convert RGB image or colormap to grayscale
ind2rgb	Convert indexed image to RGB image
label2rgb	Convert label matrix into RGB image

im2double	Convert image to double precision
im2int16	Convert image to 16-bit signed integers
im2java2d	Convert image to Java buffered image
im2single	Convert image to single precision
im2uint16	Convert image to 16-bit unsigned integers
im2uint8	Convert image to 8-bit unsigned integers

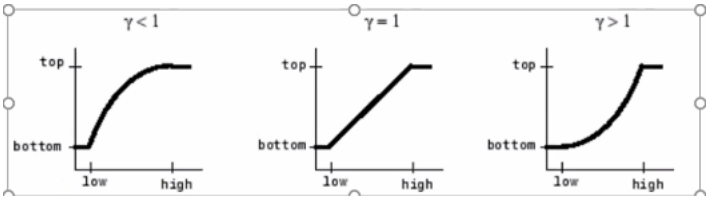
部分函数的笔记：

Mean():

M = mean(A)

返回A的平均值，A为向量时返回所有值的平均值，A为矩阵时返回行向量，其中每一个值为该列的平均值。因此求矩阵所有元素平均值时要用两次mean()。

Imadjust():
J = imadjust(I,[low_in; high_in],[low_out; high_out],gamma)
此函数可以用于调整对比度，原理是将图片I的值映射到图片J，即把low_in到high_in的值映射到low_out上。若此参数省略，则默认使图像1%数据饱和至最低和最高亮度。
当imadjust(I,[0,1],[1,0])时取反，与imcomplement()作用相同。
参数Gamma:用于描述I与J的函数形状，省略即为线性映射。



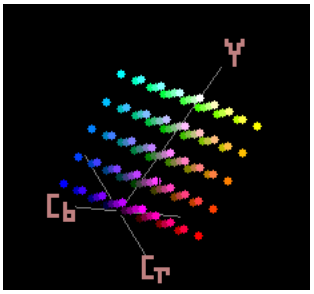
因此，可以从函数中看出，y<1 brighter, y>1 darker
注意，I要为uint8，不能为double！

Mat2gray():
I =mat2gray(A, [amin amax])
把矩阵A转化为灰度图，将amin和amax映射到图片I的0到1，可用于增强对比度。

Imcrop():
I2 = imcrop(I,rect)
剪切图片I，rect为矩阵[xmin ymin width height]，返回剪切后的图片I2

注意事项
1.图像相加可以减少噪声，也可以用于增加曝光度（high dynamic range image）
2.图像相减可以用于运动检测
3.在图像显示的时候，要先调成uint8的类型，否则无法正常显示。注意，对图像的操作大部分基于double格式的。

1.2 色彩空间
色彩空间用数学方式来描述颜色集合。常见的3 个基本色彩模型是RGB , CMYK和YUV。在YUV 家族中，YCbCr 是在计算机系统中应用最多的成员，其应用领域很广泛，JPEG、MPEG均采用此格式。
这里只介绍YCbCr：



YCbCr其中Y是指亮度分量，Cb指蓝色色度分量，而Cr指红色色度分量。人的肉眼对视频的Y分量更敏感，因此在通过对色度分量进行子采样来减 少色度分量后，肉眼将察觉不到的图像质量的变化。
处理彩色图片时，常见的方法是提取其Y分量，因Y分量包含图片大部分特征，这样能更好对其进行滤波等操作，处理完Y分量后再组合成彩色图片。
提取Y分量代码：

```
J=rgb2ycbcr(I);
K=J(:,:,1); %1是Y，2是Cb，3是Cr
```

1.3 灰度变换
灰度变换指逐点改变源图像像素灰度值的方法，以改善画质。
这里介绍直方图均衡：
直方图均衡化(Histogram Equalization) 又称直方图平坦化,实质上是对图像进行非线性拉伸,重新分配图像象元值,使一定灰度范围内象元值的数量大致相等。对像素个数多的灰度级进行展宽，对像素少的灰度级缩减，这样，输入图像的每一灰度级都有相同像素点数目，即输出的图像的直方图是平的。
这样,原来直方图中间的峰顶部分对比度得到增强,而两侧的谷底部分对比度降低，如果输出数据分段值较小的话,对比度会不明显。
相关函数：

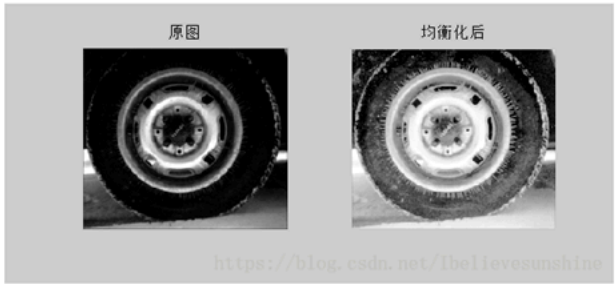
imhist(i ,n)：

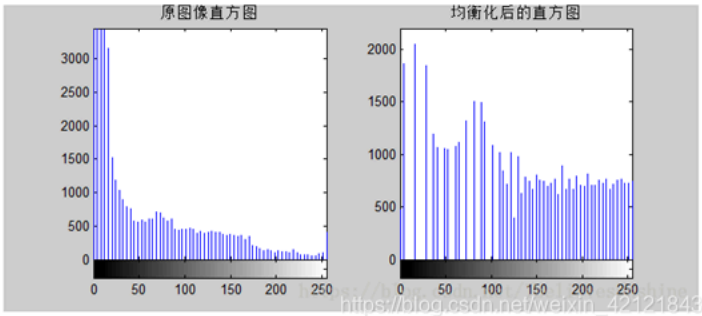
直接显示图像i的灰度直方图（默认为255个灰度级）； n为指定灰度级显示直方图；

J=histeq（I，n）：

I为输入的原图像，J为直方图均衡化后得到的图像，n为均衡化后的灰度级数，默认值为64

效果：





1.4 色彩平衡算法

目的：

人眼能从变化的光照环境和成像条件下获取物体表面颜色，但成像设备不具有这样的调节功能，不同的光照环境会导致采集的图像颜色与真实颜色存在一定程度的偏差，需要选择合适的颜色平衡（校正）算法，消除光照环境对颜色显现的影响。消除图像中环境光的影响，获得原始场景图像。

a.GrayWorld 算法：

对于一幅有着大量色彩变化的图像，，三个分量的平均值趋于同一灰度值。从物理意义上讲，灰色世界法假设自然界景物对于光线的平均反射的均值在总体上是个定值，这个定值近似地为“灰色”

grayworld解释：

(1)一般有两种方法确定$\bar{Gray}$：

要么取固定值（如最亮灰度值的一半，八位显示的话即为 128）；

要么通过计算图像R,G,B三通道平均值$\bar{R},\bar{G},\bar{B}$,取$\bar{Gray}=\frac{\bar{R}+\bar{G}+\bar{B}}{3}$；

(2)计算R,G,B三个通道的增益系数：$k_r=\frac{\bar{Gray}}{\bar{R}}$；$k_g=\frac{\bar{Gray}}{\bar{G}}$；$k_b=\frac{\bar{Gray}}{\bar{B}}$；

(3)根据 Von Kries 对角模型，对于图像中的每个像素C，调整其分量R,G,B分量：

$$\begin{cases} C(R')=C(R)*k_r \\ C(G')=C(G)*k_g \\ C(B')=C(B)*k_b \end{cases}$$

这种算法简单快速，但是当图像场景颜色并不丰富时，尤其出现大块单色物体时，该算法常会失效。

grayworld代码：

```
function y=GrayWorld(Image)
%RGB图像为n*m*3的数组，表示尺寸为n*m个像素，其中每个像素由RGB三个分量构成。(:,:,1)表示遍历xy，提取红色分
r=Image(:,:,1);
g=Image(:,:,2);
b=Image(:,:,3);
%取平均值，因为是二维的，故用两次mean函数
avgR = mean(mean(r));
avgG = mean(mean(g));
avgB = mean(mean(b));
avgRGB = [avgR avgG avgB];
grayValue = (avgR + avgG + avgB)/3
```

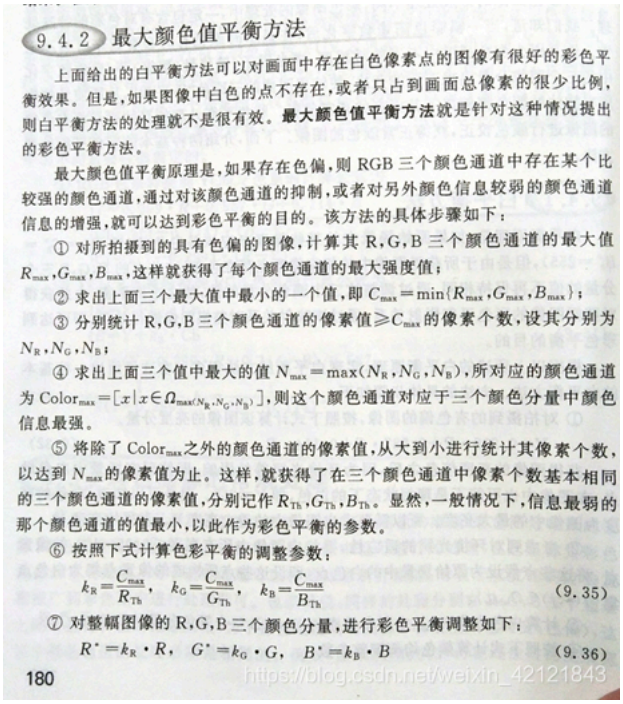
```
scaleValue = grayValue./avgRGB;

newI(:,:,1) = scaleValue(1) * r;
newI(:,:,2) = scaleValue(2) * g;
newI(:,:,3) = scaleValue(3) * b;

y=uint8(newI);
```

b. ScaleByMax算法

scaleByMax解释:



9.4.2 最大颜色值平衡方法

上面给出的白平衡方法可以对画面中存在白色像素点的图像有很好的彩色平衡效果。但是，如果图像中白色的点不存在，或者只占到画面总像素的很少比例，则白平衡方法的处理就不是很有效。**最大颜色值平衡方法**就是针对这种情况提出的彩色平衡方法。

最大颜色值平衡原理是，如果存在色偏，则 RGB 三个颜色通道中存在某个比较强的颜色通道，通过对该颜色通道的抑制，或者对另外颜色信息较弱的颜色通道信息的增强，就可以达到彩色平衡的目的。该方法的具体步骤如下：

① 对所拍摄到的具有色偏的图像，计算其 R,G,B 三个颜色通道的最大值 R_{max},G_{max},B_{max}，这样就获得了每个颜色通道的最大强度值；

② 求出上面三个最大值中最小的一个值，即 $C_{max}=\min\{R_{max},G_{max},B_{max}\}$；

③ 分别统计 R,G,B 三个颜色通道的像素值$\geqslant C_{max}$的像素个数，设其分别为 N_R,N_G,N_B；

④ 求出上面三个值中最大的值 $N_{max}=\max(N_R,N_G,N_B)$，所对应的颜色通道为 $\text{Color}_{max}=[x|x\in\Omega_{\max(N_R,N_G,N_B)}]$，则这个颜色通道对应于三个颜色分量中颜色信息最强。

⑤ 将除了 Color_{max}之外的颜色通道的像素值，从大到小进行统计其像素个数，以达到 N_{max}的像素值为止。这样，就获得了在三个颜色通道中像素个数基本相同的三个颜色通道的像素值，分别记作 R_{Th},G_{Th},B_{Th}。显然，一般情况下，信息最弱的那个颜色通道的值最小，以此作为彩色平衡的参数。

⑥ 按照下式计算色彩平衡的调整参数：

$$k_R=\frac{C_{max}}{R_{Th}},\quad k_G=\frac{C_{max}}{G_{Th}},\quad k_B=\frac{C_{max}}{B_{Th}} \tag{9.35}$$

⑦ 对整幅图像的 R,G,B 三个颜色分量，进行彩色平衡调整如下：

$$R^*=k_R\cdot R,\quad G^*=k_G\cdot G,\quad B^*=k_B\cdot B \tag{9.36}$$

180

scaleByMax代码;

```
function y=ScaleByMax(img)
R = img(:,:,1);
G = img(:,:,2);
B = img(:,:,3);
Rmax=max(max(R));
Gmax=max(max(G));
Bmax=max(max(B));

Cmax=min([Rmax,Gmax,Bmax]);

% calculate the pix,which larger than Cmax
Nr=sum(R(:)>=Cmax);
Ng=sum(G(:)>=Cmax);
Nb=sum(B(:)>=Cmax);

% find the largest N for Nr Ng Nb
Nmax=max([Nr,Ng,Nb]);

% for each of the find the number of element which is larger than Rmax;
for pix=Rmax:-1:0  % R
    Lr=R>=pix;
    nr=sum(Lr(:));
    if nr>=Nmax
        Rth=pix;
        break
    end
end

for pix=Gmax:-1:0   % G
    Lr=G>=pix;
    nr=sum(Lr(:));
```

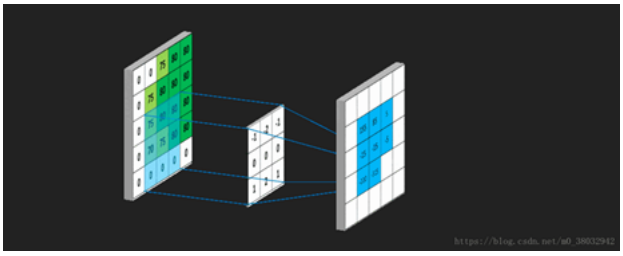
```
    if nr>=Nmax
        Gth=pix;
        break
    end
end

for pix=Bmax:-1:0 % B
    Lr=B>=pix;
    nr=sum(Lr(:));
    if nr>=Nmax
        Bth=pix;
        break
    end
end
result(:,:,1) = Cmax/Rth*R;
result(:,:,2) = Cmax/Gth*G;
result(:,:,3) = Cmax/Bth*B;
y = result;
```

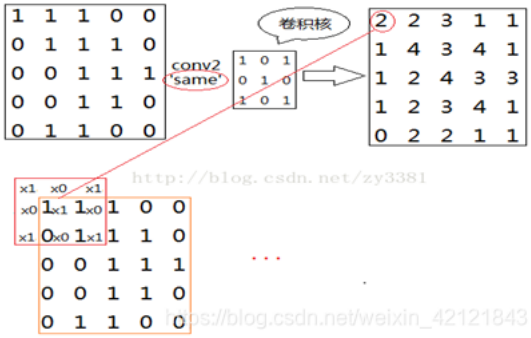
二、空间域操作

2.1 二维卷积和滤波

Conv2(): 求二维卷积
C = conv2(A,B,shape)
求AB的二维卷积，原理如图:



shape用于处理边缘，有'same''full''valid'三种之分，以same为例：



conv2(A,B,'same')产生的结果与A的大小相同，因此，用'same'时把卷积核放在B位置，否则出来图像和卷积核一样大。
注意，A,B以及产生的数据都是double类型，显示时需要转化成uint8

其他相关函数：

Imfilter(): 线性滤波
B = imfilter(A,h)
用n维的filter h对n维矩阵A进行卷积，输出B。

medfilt2(): 二维的中值滤波
B = medfilt2(A, [m n])
每个像素的值是其周围mn*像素的中值，若省略[m n]，默认为3*3。
会造成图片的模糊。

Imnoise(): 添加噪声
J = imnoise(I,type,parameters)
把某种类型的噪声加在图片I上。type的类型有：‘gaussian’ ‘poisson’ 'salt & pepper’等等。Parameters取决于噪声类型，不同类型有不同的parameters，可以省略。

2.2 滤波算子

fspecial(): 函数用于产生卷积核，用于特定的滤波
h=fspecial(type,parameters)
生成特定类型的二维卷积核. type可以是以下类型: ’average’ ’gaussian’ ‘disk’ ‘log’ ‘prewitt’等等，parameter可省略。注意每种type有对应的parameters。卷积核用于对图像卷积，以突出其某种特征，或对图像本身进行处理，如钝化或锐化等。
type的类型有：
1、‘average’
h = fspecial(‘average’, hsize)
为均值滤波，参数为hsize代表模板尺寸，默认值为[3,3]
Eg:
0.1111 0.1111 0.1111
0.1111 0.1111 0.1111
0.1111 0.1111 0.1111
2、 ‘disk’
circular averaging filter
h = fspecial(‘disk’, radius)
为圆形区域均值滤波，参数为radius代表区域半径，默认值为5.
3、‘gaussian’
Gaussian lowpass filter
h = fspecial(‘gaussian’, hsize, sigma)
为高斯低通滤波，有两个参数，hsize表示模板尺寸，默认值为[3,3]，sigma为滤波器的标准差，单位为像素，默认值为0.5.
Eg:
0.0000 0.0000 0.0000
0.0000 1.0000 0.0000
0.0000 0.0000 0.0000
4、‘laplacian’ filter approximating the 2-D Laplacian operator
h = fspecial(‘laplacian’, alpha)
为拉普拉斯算子，用于边缘增强。参数alpha用于控制算子形状，取值范围为[0,1]，默认值为0.2.
Eg:
0.3333 0.3333 0.3333
0.3333 -2.6667 0.3333
0.3333 0.3333 0.3333
5、‘log’
Laplacian of Gaussian filter
h = fspecial(‘log’, hsize, sigma)
为拉普拉斯高斯算子，有两个参数，hsize表示模板尺寸，默认值为[3,3]，sigma为滤波器的标准差，单位为像素，默认值为0.5.
6、‘motion’
h = fspecial(‘motion’, len, theta)
motion filter为运动模糊算子，有两个参数，表示摄像物体逆时针方向以theta角度运动了len个像素，len的默认值为9，theta的默认值为0；
7、‘prewitt’
Prewitt horizontal edge-emphasizing filter
用于水平边缘增强，大小为[3,3]，无参数，eg:[1 1 1;0 0 0;-1 -1 -1].
(注：若卷积核用于突出水平边缘特征（sober,prewitt），那么转置后便可突出垂直边缘特征，转置用transpose函数)
8、‘sobel’
Sobel horizontal edge-emphasizing filter
用于水平边缘提取，无参数，eg:[1 2 1;0 0 0;-1 -2 -1].
9、‘unsharp’

unsharp contrast enhancement filter
为对比度增强滤波器。参数alpha用于控制滤波器的形状，范围为[3,3]，默认值为0.2.

2.3 非局部均值去噪滤波：Non-Local Means

NLM去噪后输出图像定义如下：

$$NL[v](i)=\sum_{j\in I} w(i,j)v(j)$$

其中I为搜索区域，w(i,j)为权重，由匹配块的相似度决定。

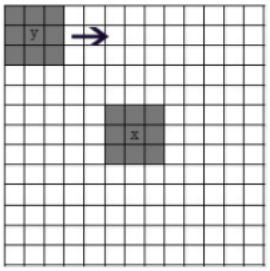
$$w(i,j)=\frac{1}{Z(i)}e^{-\frac{\|v(N_i)-v(N_j)\|^2_{2,\alpha}}{h^2}}$$

块的相似度定义如下：

$$\|v(N_i)-V(N_j)\|^2_{2,\alpha}$$

该值由表示点i和j邻域差值平方卷积高斯核，表征邻域相似度，Z(i)表示权重归一化系数。

图像的形象表示：通过搜索框y，寻找相似的部分，算出权重，相加，得到x。



实现代码：

```
function [output]=simple_nlm(input,t,f,h1,h2,selfsim)
 [m,n]=size(input);
 pixels = input(:);
 s = m*n;
 psize = 2*f+1;
 nsize = 2*t+1;
 % Compute patches
 padInput = padarray(input,[f f],'symmetric');
 filter = fspecial('gaussian',psize,h1);
 patches = repmat(sqrt(filter(:))',[s 1]) .* im2col(padInput, [psize psize], 'sliding')';
 % Compute list of edges (pixel pairs within the same search window)
 indexes = reshape(1:s, m, n);
 padIndexes = padarray(indexes, [t t]);
 neighbors = im2col(padIndexes, [nsize, nsize], 'sliding');
 TT = repmat(1:s, [nsize^2 1]);
 edges = [TT(:) neighbors(:)];
 RR = find(TT(:) >= neighbors(:));
 edges(RR, :) = [];
 % Compute weight matrix (using weighted Euclidean distance)
 diff = patches(edges(:,1), :) - patches(edges(:,2), :);
 V = exp(-sum(diff.*diff,2)/h2^2);
 W = sparse(edges(:,1), edges(:,2), V, s, s);
 % Make matrix symetric and set diagonal elements
 if selfsim > 0
    W = W + W' + selfsim*speye(s);
 else
     maxv = max(W,[],2);
     W = W + W' + spdiags(maxv, 0, s, s);
 end
 % Normalize weights
 W = spdiags(1./sum(W,2), 0, s, s)*W;
```

```
% Compute denoised image
output = W*pixels;
output = reshape(output, m , n);
```

三、频域操作

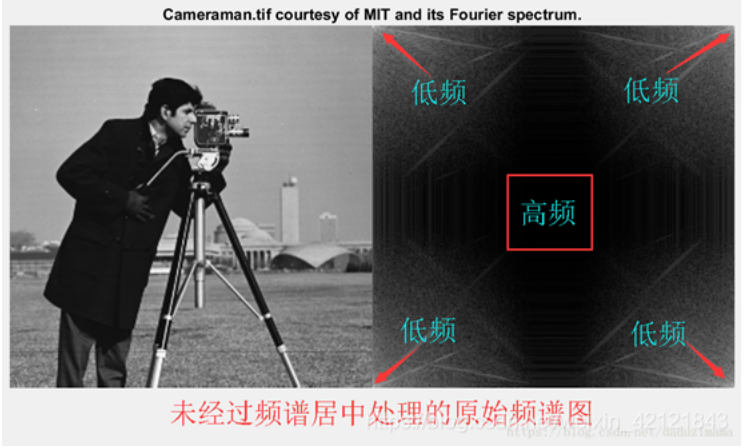
3.1 离散傅里叶变换：DFT

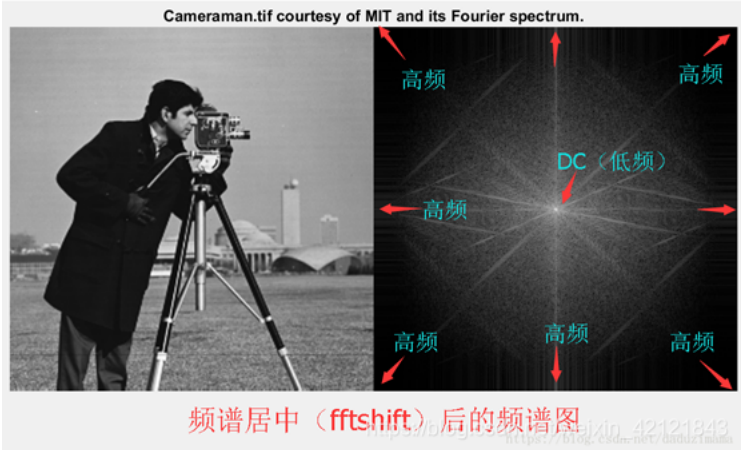
相关函数：

fft2(): 二维傅里叶变换
Y = fft2(X,m,n)
pads X with zeros to create an m-by-n array before doing the transform. The result is m-by-n.
Y=fft2(X)
returns the two-dimensional discrete Fourier transform (DFT) of X, if size(X) = [100 100 3], then fft2 computes the DFT of X(:,:,1), X(:,:,2) and X(:,:,3)

频谱图：在频域中，频率越大说明原始信号变化速度越快；频率越小说明原始信号越平缓。当频率为0时，表示直流信号，没有变化。因此，频率的大小反应了信号的变化快慢。高频分量解释信号的突变部分，而低频分量决定信号的整体形象。
对图像而言，图像的边缘部分是突变部分，变化较快，因此反应在频域上是高频分量；图像的噪声大部分情况下是高频部分；图像平缓变化部分则为低频分量。
频域滤波即用高通，低通，带阻滤波器等进行滤波，以保留特定的频率成分。

对于傅里叶变换的频谱：

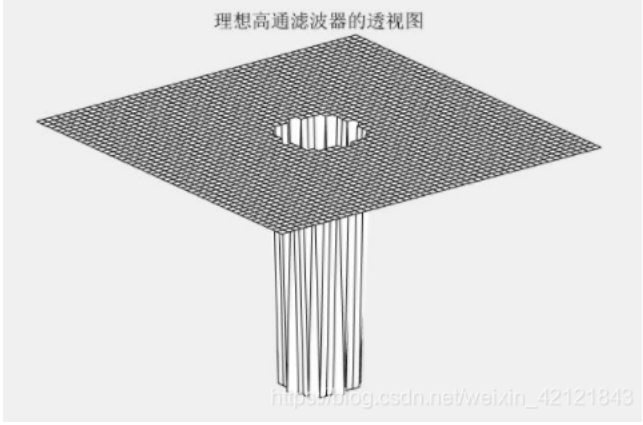




频谱居中后，中心位置应该是最亮的，因为直流分量很大，中间低频部分的能量占据了大部分。

3.1.1高通滤波

高通滤波器可以增强图像边缘，起到锐化图像的作用。这里写理想高通滤波。
理想高通滤波器只需1减理想低通滤波器即可：



滤波效果：

3.1.2 低通滤波

低通滤波有多种滤波器，这里写理想低通滤波器和巴特沃斯滤波器。低通滤波器滤除了高频分量，去除了噪声，但同时一些边缘和细节也被滤除，图像边界变模糊，有平滑图像的作用。

理想低通滤波器：（其中，D0表示通带半径，D(u，v)是到频谱中心的距离）

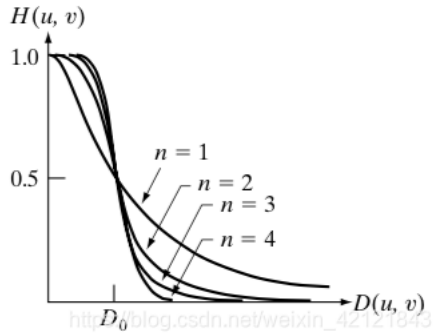
$$H(u,v)=\begin{cases}1, & D(u,v)\le D_0\\ 0, & D(u,v)>D_0\end{cases}$$

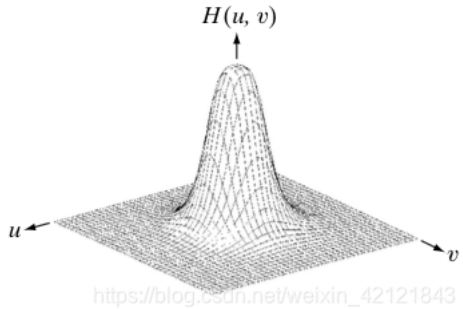
例子：

理想低通滤波器会造成比较严重的模糊和振铃现象，因矩形信号频谱为Sa函数，相乘后会造成无限的振铃现象。

巴特沃斯（butterworth）低通滤波器：

$$\mathrm{H(u,v)}=\frac{1}{1+\left[\frac{D(\mathrm{u,v})}{D_0}\right]^{2n}}$$





从函数图上看，比理想低通滤波器更圆滑，用幂系数n可以改变滤波器的形状。n越大，则该滤波器越接近于理想滤波器

例子：

可以看出butterworth低通滤波器没有严重的振铃现象。

注意事项：

矩阵点乘时特别注意两个矩阵大小相同，类型一致！

频域相乘时，若矩阵的大小不匹配，要补0，补0的位置要选在高频位置！

Imshow时检查矩阵是否为double类型，要转化为uint8才能正常输出。

3.2 离散余弦变换：DCT

DCT变换公式：

$$F(u,v) = c(u)c(v)\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{j=0}^{N-1} f(i,j)\cos\left[\frac{(2i+1)\pi}{2N}u\right]\cos\left[\frac{(2j+1)\pi}{2N}v\right]$$

$$c(u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}}, u = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}}, u \neq 0 \end{cases}$$

DCT优势：

1.The most important reason is much reduced sensitivity to boundaries of finite sequences（DFT变换没有考虑到子图之间的边界，波形不连续容易导致Gibbs phenomenon；而DCT得到子图间的波形则是连续的。）

2 Resulting Compaction（可压缩）

3 No complex numbers（无复数，因只取实部进行变换，实偶函数傅里叶变换也是实偶函数）

4 Number of coefficients is equal to number of pixels（变换后一个像素对应一个值）

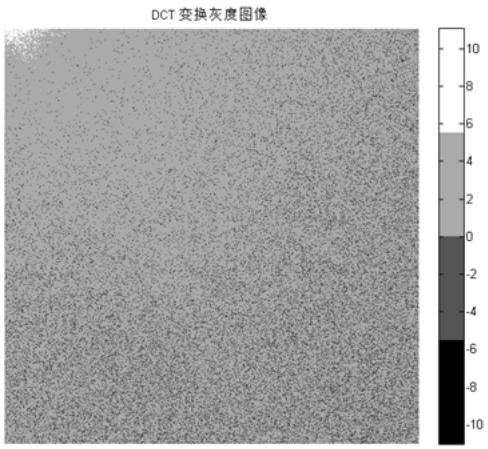
5 DCT coefficients occur at every half cycle so Nyquist can be stated as number of coefficients should not

exceed number of
sample points

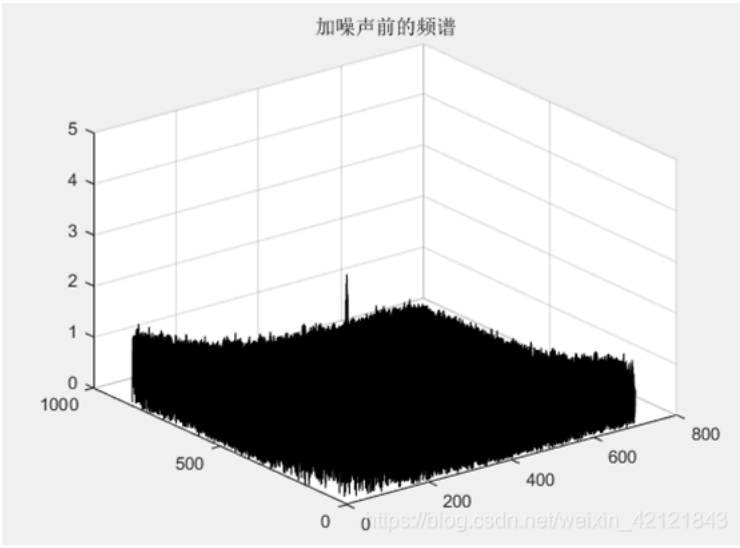
3.2.1 DCT域滤波

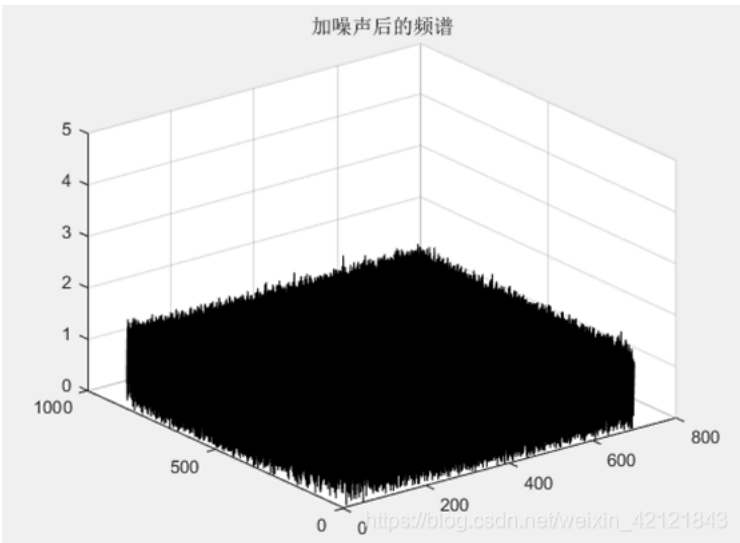
对二维灰度图像进行DCT变换，就能得到图像的频谱图：低阶(变化幅度小)的部分反映在DCT的左上方，能量也主要集中在左上角。高阶(变化幅度大)的部分反映在DCT的右下方。由于人眼对高阶部分不敏感，依靠低阶部分就能基本识别出图像内容，所以JPEG进行压缩的时候，基本上只存储DCT变换后的左上部分，而右下部分则直接丢弃。
图像转化为dct域后，其高频成分在矩阵的右下方，低频成分在左上方。可将其提取出来进行滤波。

举例说明：



用3D图显示时可以看到，添加高斯噪声后，其高频位置明显大了很多，而低频变化小：



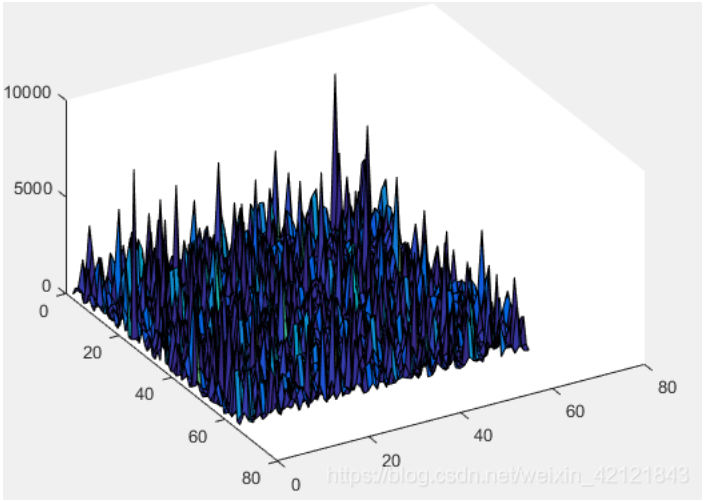


附上3D图显示的函数：

Meshgrid():
[X,Y] = meshgrid(x,y)
[X,Y,Z] = meshgrid(x,y,z)
创造2D或3D的网格图，x和y是取值范围，如：x=x1:dx:x2，返回二维或三维的矩阵。

Surface():
surface(X,Y,Z)
创造一个曲面，x，y为范围，可以用meshgrid定义，这样会显示一个网格曲面图，上面的颜色代表Z的大小，Z越大颜色越深。
注意，x和y是向量时, length(X) = n and length(Y) = m, 那么[m,n] = size(Z)，否则会报错，向量维数不匹配。

View():
view(az,el)
设定看一个三维图的角度，az为水平转向角度，正值时顺时针转，el为垂直转向角度，正值时往屏幕方向转。如：view(60,45)



Surf():
surf(X,Y,Z)
与surface相同，生成的三维图默认从(45,45)角观看
注意值的大小，太小或者太大时，可以用log函数处理其绝对值，再显示

3.2.2维纳滤波
这一种基于最小均方误差准则、对平稳过程的最优估计器。这种滤波器的输出与期望输出之间的均方误差为最小。它能根据图像的局部方差调整滤波器的输出，局部方差最大，滤波器的平滑作用就越强。

公式：

$$E\{\ [\hat{f}(x,y)\ -f(x,y)\ ]^2\}\ =\min$$

其中^f为我们维纳滤波后的图像，f为清晰的原始图像
求^f的公式：

$$F(u,v)\ =$$
$$[\frac{1}{H(u,v)}\ \frac{|H(u,v)\ |^2}{|H(u,v)\ |^2+s\bullet\frac{P_n(u,v)}{P_f(u,v)}}]\ G(u,v)$$

其中，G(u,v)是退化图形的傅里叶变换；
H(u,v)是退化函数；
$p_n(u,v)=|N(u,v)|^2$是噪声的功率谱；
$P_f(u,v)=|F(u,v)|^2$是原始图像的功率谱；
$s=\frac{1}{\lambda}$,λ为一常数，是拉格朗日乘数。

维纳滤波需要知道原始图像和噪声的二阶统计特性，即要知道关于图像和噪声的功率谱，但是这恰恰也是我们不知道的，这也是维纳滤波器的局限所在，我们一般将上述两个公式的比值看做是常数带入进行计算，如下所示：

$$H_w(u,v) = \frac{1}{H(u,v)} \frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2 + K}$$

这是一种粗糙的近似，但是当噪声为白噪声即其功率谱为常数的时候，这种近似效果很不错。
MATLAB对维纳滤波算法的解释：

Algorithms

`wiener2` estimates the local mean and variance around each pixel.

$$\mu = \frac{1}{NM} \sum_{n_1 n_2 \in \eta} a(n_1, n_2)$$

and

$$\sigma^2 = \frac{1}{NM} \sum_{n_1 n_2 \in \eta} a^2(n_1, n_2) - \mu^2,$$

where η is the *N*-by-*M* local neighborhood of each pixel in the image `A`. `wiener2` then creates a pixelwise Wiener filter using these estimates,

$$b(n_1, n_2) = \mu + \frac{\sigma^2 - v^2}{\sigma^2}(a(n_1, n_2) - \mu),$$

where v^2 is the noise variance. If the noise variance is not given, `wiener2` uses the average of all the local estimated variances.

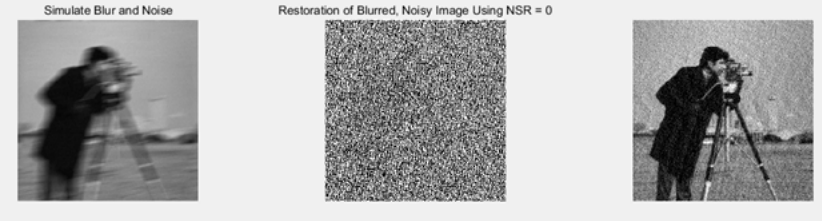
实现代码：

```
sigma = d_im1_Y(100:end,100:end).*d_im1_Y(100:end,100:end);%d_im1_Y为图片im1的Y分量的dct，对dc
NoiseVariance = mean(mean(sigma));%算均值，评估噪声强度，需要多次试验得出最佳系数
beta = 4.0;%与噪声移除有关的系数，越高噪声滤除越多，但图片也越模糊
NoiseVariance = beta*NoiseVariance;
SignalVariance = d_im1_Y.*d_im1_Y + 0.001;%
WienerFilter = 1 + (NoiseVariance./SignalVariance);
WienerFilter = 1./WienerFilter;
FilteredImageDCT = d_im1_Y.*WienerFilter;
FilteredImage = idct2(FilteredImageDCT);
imo = uint8(FilteredImage);
imshow(imo);
```

维纳滤波matlab函数：

wiener2():
J = wiener2(I,[m n],noise)
对区域为m*n像素的区域作为每个像素点的neighborhood进行维纳滤波，noise为对噪声大小的评估,noise值越大，噪声去除越多，但图片也更模糊。返回滤波后的图像J。
[J,noise] = wiener2(I,[m n])
返回滤波后的图像，以及根据图像评估的噪声强度。

J=deconvwnr（I,PSF,NSR)：维纳滤波图像复原
PSF为点扩散函数，可以由fspecial函数创建（比如PSF = fspecial('motion');)， PSF与原始图像进行卷积，可得到退化（模糊）的图像。用于复原由于PSF以及可能的加性噪声卷积退化的图像I，该算法利用图像和噪声的相关矩阵，从估计图像与真实图像之间的最小均方误差。在没有噪声的情况下，维纳滤波器退化成理想的逆滤波器。NSR是信噪功率比，NSR可以是标量，或者是和图像I一样大小尺寸的数组，NSR的默认值为0。
信噪比的设置需要很准确，比如对一幅模糊和噪声的图像去模糊，中间图NSR设为0，右边图片NSR为0.005左右



3.2.3 DCT域对比增强

优势：跟直方图均衡比较时，直方图均衡会破坏背景，比如本来背景不含信息，为全黑，均衡后变为灰色。而在频域操作就不会有这个问题。

代码：

```
im = imread('moon.tif');
imd = dct2(im);
```

```
dc = imd(1,1);
imd=imd*1.4;%乘一个比例系数，越大对比度越明显
imd(1,1)=dc;%保持直流分量不变
im2=idct2(imd);
%%%%%%%%%%%%%%%%%减一个比例系数x
a= min(min(im2))
b= max(max(im2))-255;
x = max(a,b)

figure
imshow(im);
figure
imshow(uint8(im2-x));
```

3.2.4 DCT域有损压缩：JPEG

步骤：

1、将原始图像分为 8 * 8 的小块, 每个 block 里有 64 个像素。

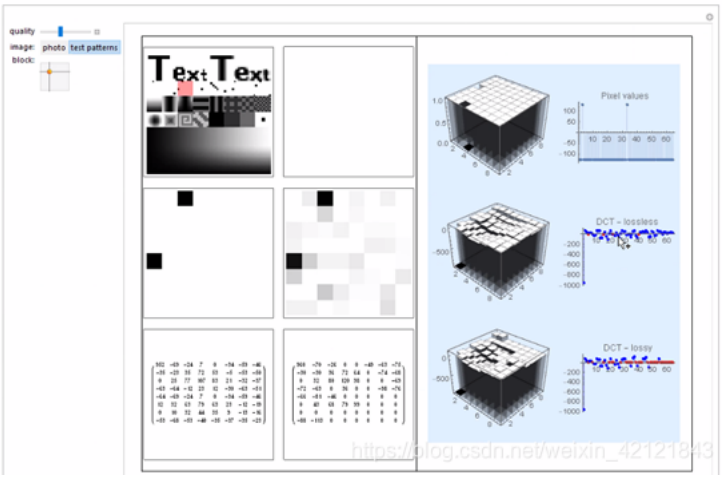
2、 将图像中每个 8 * 8 的 block 进行 DCT 变换。8 * 8 的图象经过 DCT 变换后,其低频分量都集中在左上角,高频分量分布在右下角。由于该低频分量包含了图象的主要信息(如亮度),而高频与之相比,就不那么重要了,所以我们可以忽略高频分量。

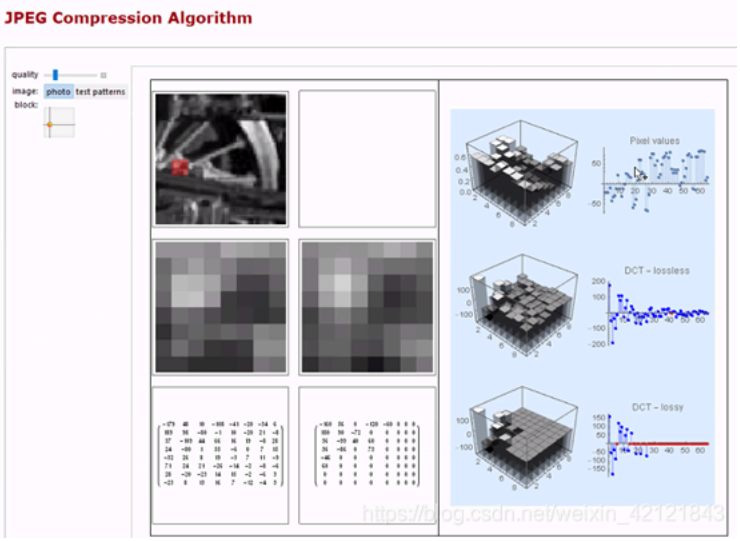
3、 利用量化表抑制高频变量。量化操作,就是将某一个值除以量化表中对应的值。由 于量化表左上角的值较小,右上角的值较大,这样就起到了保持低频分量,抑制高 频分量的目的。舍弃高频系数（AC系数），保留低频信息（DC系数）。高频系数一般保存的是图像的边界、纹理信息，低频信息主要是保存的图像中平坦区域信息。图像的低频和高频，高频区域指的是空域图像中突变程度大的区域（比如目标边界区域），通常的纹理丰富区域。

4.压缩时候将彩色图像的颜色空间由 RGB 转化为 YUV 格式。其中 Y 分量代表了亮度信息,UV 分量代表了色差信息。相比而言,Y 分量更重要一些。 我们可以对 Y 采用细量化,对 UV 采用粗量化,可进一步提高压缩比。所以量化表 通常有两张,一张是针对 Y 的标准亮度量化表;一张是针对 UV 的标准色彩量化表。

5.经过量化之后右下角大部分数据变成了 0,左上角为非零数据。这时使用 Z 字型(如 图所示)的顺序来重新排列数据生成一个整数数组,这样 0 就位于数组都后端。找到数组最后一个非零元素,将其后的数据都舍弃,并加上结束标志。

示意图：对图片中一个小块作Dct，高频部分去除之后，图片有些模糊，去除的越多，图像变化越大。



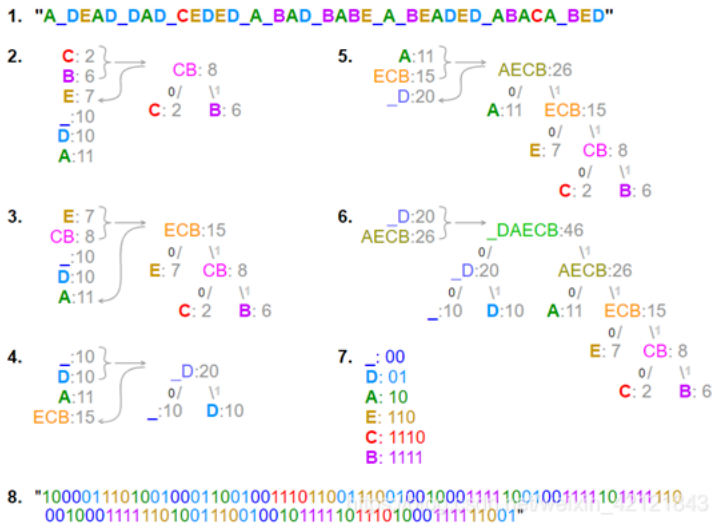


图像压缩编码：Huffman编码

优点： 根据符号出现频率决定编码长度，频率高的出现多，信息量少，可以节约空间。而频率低的符号信息量大，因此编码更长。

做法： 统计每个符号出现的概率，从小到大排列。而后每次选出两个最小的值作为二叉树的节点，他们的和作为根节点。

示意图:



4.图像分割

边界分割一般对图形的特征进行处理，故一般将图片转为ycbcr空间后，对Y分量（特征分量）进行操作。若要根据图像中某种色彩进行处理，可以对色彩分量（R,G,B，Cb，Cr等）进行操作。

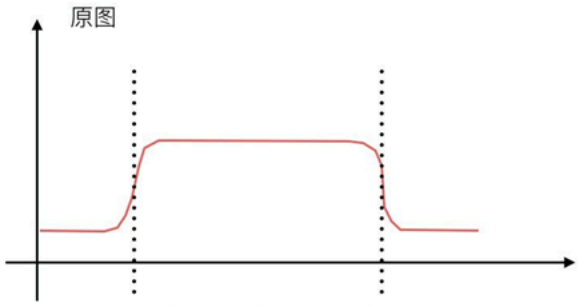
4.1 基于导数的边缘识别

边缘其实就是图像上灰度级变化很快的点的集合。下面是求边缘的方法：

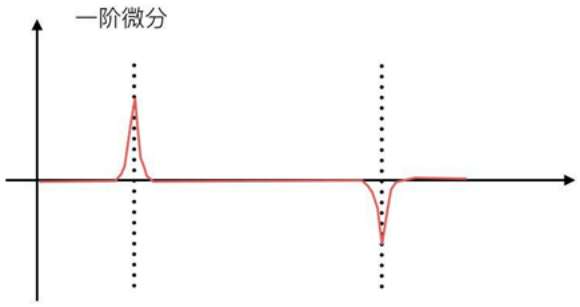
1.导数，连续函数上某点斜率，导数越大表示变化率越大，变化率越大的地方就越是“边缘”，但是在计算机中不常用，因为在斜率90度的地方，导数无穷大，计算机很难表示这些无穷大的东西。

2.微分与差分，连续函数上x变化了dx，导致y变化了dy，dy值越大表示变化的越大，那么计算整幅图像的微分，dy的大小就是边缘的强弱了。差分与微分的离散形式。

微分与导数的关系：dy = f '(x) dx

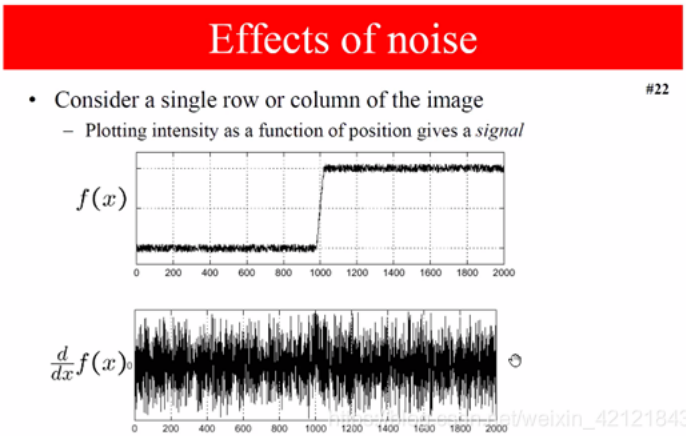


两条虚线的地方是边缘，其他地方很平缓

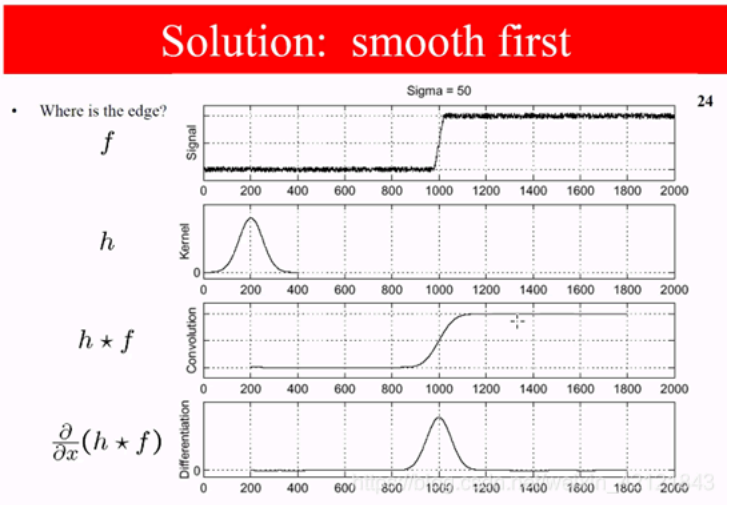


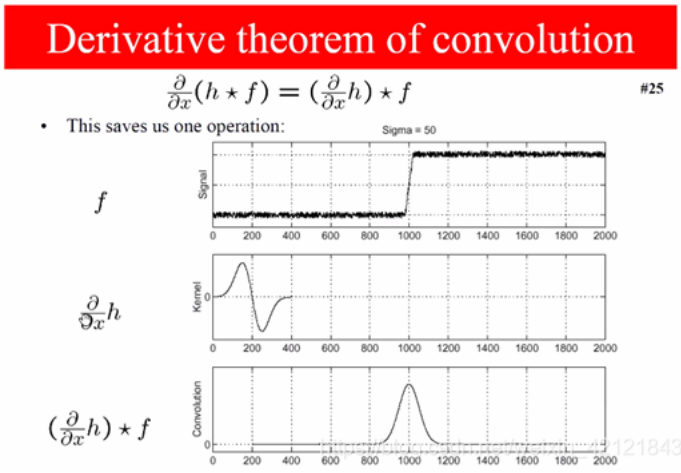
经过微分后，平缓的地方dy几乎是0，边缘的地方dy的绝对值很大
会有负数的情况，所以保存微分图不能用无符号整数，要用float

求导会导致噪声的放大：



处理方法：1.先对图片进行平滑滤波，再求导2.对smooth filter 求导，用新的filter处理边缘
两方法效果一样，如下图所示：





4.1.1 基于一阶导数的边缘检测

Sobel算子（prewitt算子类似）：
该算子包含两组3x3的矩阵，分别为横向及纵向，将之与图像作平面卷积，即可分别得出横向及纵向的亮度差分近似值。如果以A代表原始图像，Gx及Gy分别代表经横向及纵向边缘检测的图像，其公式如下:

$$Gx = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix} * A \qquad Gy = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{bmatrix} * A$$

图像的每一个像素的横向及纵向梯度近似值可用以下的公式结合，来计算梯度的大小（梯度指函数在该点处沿着该方向（此梯度的方向）变化最快，变化率最大（为该梯度的模））

$$\mathbf{G} = \sqrt{\mathbf{G_x}^2 + \mathbf{G_y}^2}$$

但是通常为了提高效率，使用不开平方的近似值，虽然这样做会损失精度

$$|G| = |G_x| + |G_y|$$

可用以下公式计算梯度方向

$$\mathbf{\Theta} = \arctan\left(\frac{\mathbf{G_y}}{\mathbf{G_x}}\right)$$

在以上例子中，如果以上的角度Θ等于零，即代表图像该处拥有纵向边缘，左方较右方暗。

sobel算子原理：

所以用 f '(x) = f(x + 1) - f(x - 1) 近似计算一阶差分。

```
排好序：[-1 * f(x-1)，0 * f(x)，1 * f(x+1)]
提出系数：[-1, 0, 1]
```

所以模板 [-1, 1] 被改造成了 [-1, 0, 1]
二维情况下就是

```
-1, 0, 1
-1, 0, 1
-1, 0, 1
```

这个就是 Prewitt 边缘检测算子了。

中心点 f(x, y) 是重点考虑的，它的权重应该多一些，所以改进成下面这样的

```
-1, 0, 1
-2, 0, 2
-1, 0, 1
```

这就是 Sobel 边缘检测算子，偏 x 方向的。（类似二元函数的偏导数，偏x，偏y）
同理可得

```
-1, -2, -1
 0,  0,  0
 1,  2,  1
```

是 sobel 偏 y 方向的算子。

分别计算偏 x 方向的 Gx，偏 y 方向的 Gy，求绝对值，压缩到 [0, 255]
区间，即 G(x, y) = Gx + Gy 就是 sobel 边缘检测后的图像了

Roberts算子：

Robert 交叉梯度对应的模板为：

$$w1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad w2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

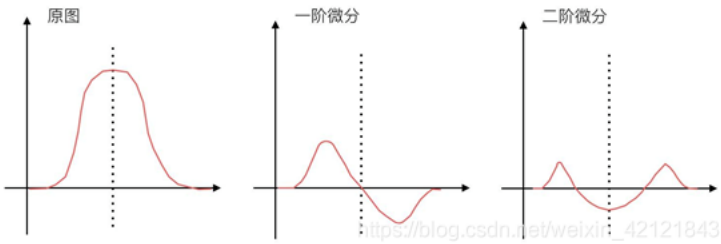
其中，w_1 对接近正45 度边缘有较强响应： w_2 对接近负45 度边缘有较强响应.

基于Robert交叉梯度的图像锐化
通过前面学习的滤波知识可知，只要分别以w1和w2为模板，对原图像进行滤波就可得到GI和G2.而根据公式5-9，最终的Robert交叉梯度图像（b）为：G = | G1 | + | G2 | .
在进行锐化滤波之前，我们要将图像类型从uint8转换为double.因为锐化模板计算时常常使输出产生负值，如果采用无符号的 uint8 型，则负位会被截断.

Roberts算子定位精度高，但受噪声影响大。对于陡峭边缘的低噪声图像效果最好。

4.1.2 基于二阶导数的边缘检测

Laplace算子：
拉普拉斯算子用二阶差分计算边缘，在一阶微分图中极大值或极小值处，认为是边缘。
在二阶微分图中极大值和极小值之间的过 0 点，被认为是边缘。



Laplace算子实现原理：

拉普拉斯算子推导：
一阶差分：f '(x) = f(x) - f(x - 1)
二阶差分：f '(x) = (f(x + 1) - f(x)) - (f(x) - f(x - 1))
化简后：f '(x) = f(x - 1) - 2 f(x)) + f(x + 1)
提取前面的系数：[1, -2, 1]

二维的情况下，同理可得
f '(x, y) = -4 f(x, y) + f(x-1, y) + f(x+1, y) + f(x, y-1) + f(x, y+1)
提取各个系数，写成模板的形式

```
0,  1, 0
1, -4, 1
0,  1, 0
```

考虑两个斜对角的情况

```
1,  1, 1
1, -8, 1
1,  1, 1
```

这就是拉普拉斯算子，与原图卷积运算即可求出边缘。

4.2 Canny算子及原理

Canny边缘检测算法可以分为5步：

1.对图片（灰度图）进行高斯平滑滤波，去除噪声

2.计算梯度强度和方向

3. 非极大值抑制（non-maximum suppression），使边缘细化

4.双阈值检测（double thresholding）

5. 抑制孤立低阈值点

具体步骤：

1.灰度图与高斯平滑滤波

Black and White

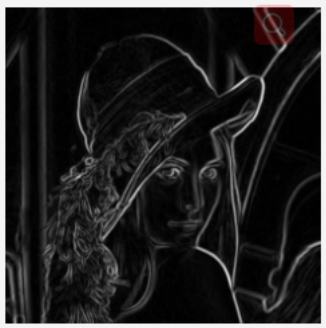
Gaussian Blur

2.计算梯度，x方向，y方向

而后用公式 $|G| = \sqrt{{G_x}^2 + {G_y}^2}$ 得到梯度的幅度

用 $\angle G = arctan(G_y/G_x)$ 得到梯度的方向

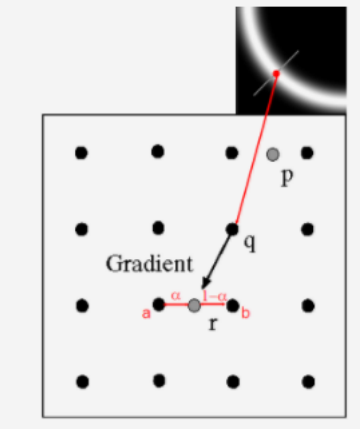
![在这里插入图片描述](https://img-blog.csdnimg.cn/20190519230038132.png?x-oss-process=image/watermark,type_ZmFuZ3poZW5naGVpdGk,shadow_10,text_aHR0cHM6Ly9ibG9nLmNzZG4ubmV0L3dlaXhpbl80MjEyMTg0



Gradient Magnitude

3.非极大值抑制

此算法用于寻找边缘中值最大的像素。P,q,r沿梯度方向，若q的值大于p和r，则保留q作为边缘，p和r置零。这样，边缘便能变细。



Non Maximum Suppression with Interpolation

4.双阈值检测

由于噪声和颜色变化引起的一些边缘像素，为了解决这些杂散响应，可用弱梯度值过滤边缘像素，并保留具有高梯度值的边缘像素，通过选择高低阈值来实现。如果边缘像素的梯度值高于高阈值，则将其标记为强边缘像素；如果边缘像素的梯度值小于高阈值并且大于低阈值，则将其标记为弱边缘像素；如果边缘像素的梯度值小于低阈值，则会被抑制。阈值的选择取决于给定输入图像的内容。

原理：

$$
\begin{aligned}
&if \;\; G_p \geq HighThreshold \\
&\quad G_p \; is \; an \; strong \; edge \\
&else \;\; if \;\; G_p \geq LowThreshold \\
&\quad G_p \; is \; an \; weak \; edge \\
&else \\
&\quad G_p \;\; should \;\; be \;\; sup pressed
\end{aligned}
$$

效果：

Double Thresholding

5. 抑制孤立低阈值点和边缘连接

此时剩下一些弱边缘像素，可能是真实边缘也可能是噪声或颜色变化引起的，若是真实的边缘，其周边应该有强边缘存在。故通过查看弱边缘像素及其8个邻域像素，只要其中一个为强边缘像素，则该弱边缘点就可以保留为真实的边缘。否则将其置零。

Edge Tracking

相关函数：

Edge()：

[g,t]=edge(I,'method',parameters)

g为二值图像，t为阈值，I是输入图像，method是边缘检测算子，parameters是设置的参数，parameters省略时系统将自动设置参数。以下对各算子分别说明：

BW = edge(I,'Sobel',threshold,direction,options)

用Sobel算子，threshold 为阈值，低于该阈值的像素将被忽略，direction表示算子的检测方向，可取值horizontal，vertical和both。Options是可选输入，默认'thinning'，若'nothinning'可对算法进行加速。返回二值图BW。另外，'roberts','prewitt'算子类似，不赘述。

BW = edge(I,'Canny',threshold,sigma)

Threshold为阈值，若为两元素向量，则为[low high], 其中0 < low < high < 1；若为一个元素，则第一个元素为高阈值，低阈值为其0.5倍。Sigma为高斯滤波器的标准差，缺省值为1。'log'算子类似，不赘述。

4.4Hough变换

Hough变换是图像处理中从图像中识别几何形状的基本方法之一。Hough变换的基本原理在于利用点与线的对偶性，将原始图像空间的给定的曲线通过曲线表达形式变为参数空间的一个点。这样就把原始图像中给定曲线的检测问题转化为寻找参数空间中的峰值问题。也即把检测整体特性转化为检测局部特性。比如直线、椭圆、圆、弧线等。

以直线为例：

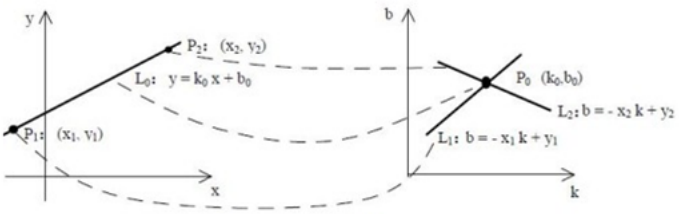


图1 点----线的对偶性

直线y=k*x+b一个点对应k,b坐标系的一条直线，当在x，y坐标系的直线上取很多点时，对应k,b坐标系上很多条直线，这些直线交于同一点(k,b)，称为峰值点。xy平面有几条直线，参数平面就有几个峰值点。

但kx+b不能表示斜率无穷大的直线，实际应用中：

$$r = x\cos\theta + y\sin\theta \tag{2}$$

其中r是原点到直线上最近点的距离(其他人可能把这记录为ρ，下面也可以把r看成参数ρ)，θ是x轴与连接原点和最近点直线之间的夹角。如图1所示。

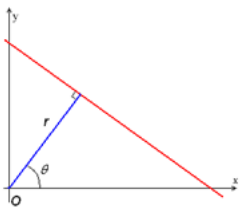
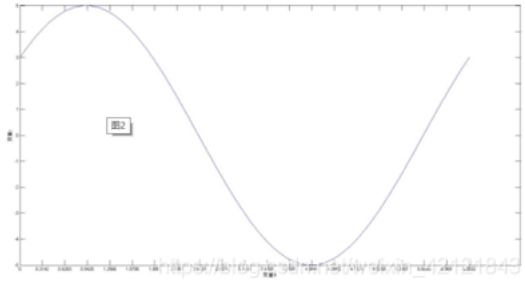


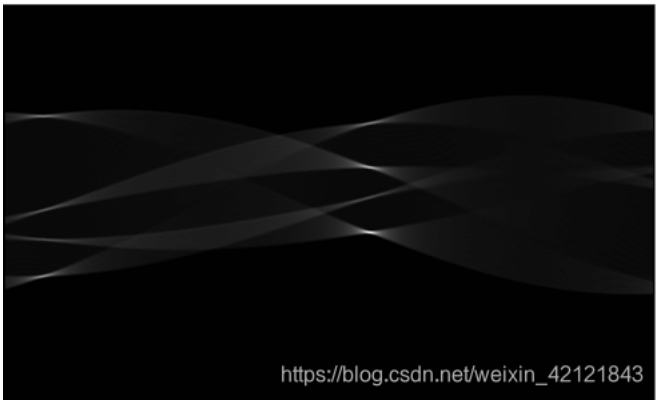
图 1

因此，可以将图像的每一条直线与一对参数(r,θ)相关联。这个参数(r,θ)平面有时被称为**霍夫空间**，用于二维直线的集合。

Hough变换后，一个点映射到hough空间得：



很多个点时，通过寻找hough空间的峰值点，即可找出原坐标系中的直线。图中亮点即为峰值点。



相关函数：

hough	Hough transform
houghlines	Extract line segments based on Hough transform
houghpeaks	Identify peaks in Hough transform

Hough():

[H,theta,rho] = hough(BW)

对二值图像BW做hough变换。H为hough变换后的矩阵，横纵坐标对应的是rho和theta。

Houghpeaks():

peaks = houghpeaks(H,numpeaks)

H为霍夫变换后的矩阵，numpeaks是找出峰值点的个数，默认1.返回peaks是各点坐标的集合，Q*2的矩阵，Q为峰值点个数。

Houghlines():

lines = houghlines(BW,theta,rho,peaks)

提取二值图中的直线，theta和rho为hough函数返回的值，peaks为houghpeaks函数返回的值。

在图片上显示直线代码：

```
figure, imshow(image), hold on

max_len = 0;
for k = 1:length(lines)
   xy = [lines(k).point1; lines(k).point2];
   plot(xy(:,1),xy(:,2),'LineWidth',2,'Color','green');

   % Plot beginnings and ends of lines
   plot(xy(1,1),xy(1,2),'x','LineWidth',2,'Color','yellow');
   plot(xy(2,1),xy(2,2),'x','LineWidth',2,'Color','red');

   % Determine the endpoints of the longest line segment
   len = norm(lines(k).point1 - lines(k).point2);
   if ( len > max_len)
      max_len = len;
      xy_long = xy;
   end
end
% highlight the longest line segment
plot(xy_long(:,1),xy_long(:,2),'LineWidth',2,'Color','red');
```